Exercícios Suplementares

1) Interprete a letra sentencial ‘C’ como ‘Está chovendo’ e a letra ‘N’ como ‘Está nevando’, e expresse a forma de cada sentença na notação do cálculo proposicional:

a) Está chovendo.
b) Não está chovendo.
c) Está chovendo ou nevando.
d) Está chovendo e nevando.
e) Está chovendo, mas não está nevando.
f) Não é o caso que está chovendo e nevando.
g) Se não está chovendo, então está nevando.
h) Não é o caso que se está chovendo então está nevando.
i) Não é o caso que se está nevando então está chovendo.
j) Está chovendo se e somente se não está nevando.
k) Não é o caso que está chovendo ou nevando.
l) Se está nevando e chovendo, então está nevando.
m) Se não está chovendo, então não é o caso que está nevando e chovendo.
n) Ou está chovendo, ou sta nevando e chovendo.
o) Ou está chovendo e nevando, ou está nevando mas não está chovendo.

2) Formalize os seguintes enunciados, utilizando a interpretação indicada:

Letra Sentenciais	*Interpretação*
P	Paula vai.
Q	Quincas vai.
R	Richard vai.
S	Sara vai.

a) Paula não vai.
b) Paula vai, mas Quincas não.
c) Se Paula for, então Quincas também irá.
d) Paula irá, se Quincas for.
e) Paula irá, somente se Quincas for.
f) Paula irá, se e somente se Quincas for.
g) Nem Paula nem Quincas irão.
h) Paula e Quincas não irão.
i) Ou Paula vai ou Quincas não vai.
j) Paula não irá se Quincas for.
k) Ou Paula irá, ou Richard e Quincas irão.
l) Se Paula for, então Richard e Quincas irão.
m) Paula não irá, mas Richard e Quincas irão.
n) Se Richard for, então se Paula não for, Quincas irá.
o) Se nem Richard nem Quincas forem, então Paula irá.
p) Richard irá somente se Paula e Quincas não forem.
q) Richard e Quincas vão, apesar de Paula e Quincas não irem.
r) Se Richard ou Quincas for, então Paula irá e Sara não irá.
s) Richard e Quincas irão se e somente se Paula ou Sara for.
t) Se Sara for, então Richard ou Paula irão, e se Sara não for, então Paula e Quincas irão.

3) Determine quais das seguintes fórmulas são fbf e quais não são. Justifique sua resposta.

a) $\sim(\sim P)$
b) $P\sim Q$
c) $(P\rightarrow P)$
d) $P\rightarrow P$
e) $\sim\sim\sim(\sim P\&Q)$
f) $((P\rightarrow Q))$
g) $\sim(P\&Q)\&\sim R$
h) $(P\leftrightarrow(P\leftrightarrow(P\leftrightarrow P)))$
i) $(P\rightarrow(Q\rightarrow(R\&S)))$
j) $(P\rightarrow(QvRvS))$

4) Os seguintes argumentos são válidos. Formalize-os, usando a interpretação indicada, e prove a validade da forma resultante utilizando somente as dez regras de introdução e eliminação.

Letra Sentenciais	Interpretação
C	A conclusão deste argumento é verdadeira.
P	As premissas deste argumento são verdadeiras.
S	Este argumento é correto.
V	Este argumento é válido.

a) Este argumento não é incorreto. Portanto, este argumento é correto.
b) Este argumento é correto. Portanto, este argumento não é incorreto.
c) Se este argumento for correto, então ele será válido. Ele não é válido; portanto, ele não é correto.
d) Se este argumento for correto, então ele não será inválido. Ele é correto. Daí, ele é válido.
e) Se este argumento for correto, então ele não será inválido. Assim, se ele for inválido, então ele será incorreto.
f) Este argumento é correto e válido. Portanto, ele é correto ou ele é inválido.
g) Este argumento não é, ambos, correto e inválido. Ele é correto. Portanto, ele é válido.
h) Este argumento é correto se e somente se todas as suas premissas forem verdadeiras. Mas nem todas as suas premissas são verdadeiras. Portanto, ele é incorreto.
i) Se a conclusão deste argumento for não - verdadeira, então este argumento é incorreto. Assim, não é caso que este argumento é correto e sua conclusão não - verdadeira.
j) Se este argumento for incorreto e válido, então nem todas as suas premissas são verdadeiras. Todas as suas premissas são verdadeiras. Ele é válido. Portanto, ele é correto.
k) Se este argumento for válido e todas as suas premissas forem verdadeiras, então ele será correto. Se ele for correto, então a sua conclusão será verdadeira. Todas as suas premissas são verdadeiras. Portanto, se este argumento for válido, então a sua conclusão será verdadeira.
l) Ou este argumento é incorreto ou, caso contrário, ele é válido e todas as suas premissas são verdadeiras. Donde, ele é incorreto ou válido.

m) Este argumento é correto se somente se ele for válido e todas as suas premissas forem verdadeiras. Nem todas as suas premissas são verdadeiras. Daí, ele é incorreto.
n) Este argumento é correto se e somente se ele for válido e todas as suas premissas forem verdadeiras. Daí, se ele for válido, ele será correto se todas as suas premissas forem verdadeiras.
o) Este argumento será incorreto somente se nem todas as suas premissas forem verdadeiras ou se ele for inválido. Mas ele é válido e todas as suas premissas são verdadeiras. Portanto, ele é correto.

5) Utilizando as regras básicas ou derivada, prove a validade das seguintes formas de argumento:

a) $P \leftrightarrow Q, Q \leftrightarrow R \vdash P \leftrightarrow R$
b) $P \leftrightarrow Q \vdash \sim P \leftrightarrow \sim Q$
c) $\sim P \lor Q \vdash \sim (P \land \sim Q)$
d) $P \to Q, P \to \sim Q \vdash \sim P$
e) $(P \to Q) \land (P \to R) \vdash P \to (Q \land R)$
f) $P \to Q \vdash (P \land R) \to (Q \land R)$
g) $P \to Q \vdash (P \lor R) \to (Q \lor R)$
h) $\sim P \to P \vdash P$
i) $\sim P \vdash P \to Q$
j) $P \land Q \vdash P \to Q$

6) Utilizando as regras básicas ou derivadas, prove os seguintes teoremas:

a) $\vdash P \to P$
b) $\vdash P \to (Q \to (P \land Q))$
c) $\vdash \sim (P \leftrightarrow \sim P)$
d) $\vdash (P \to Q) \to (\sim Q \to \sim P)$
e) $\vdash (P \land Q) \lor (\sim P \lor \sim Q)$
f) $\vdash Q \to (P \lor \sim P)$
g) $\vdash (P \land \sim P) \to Q$
h) $\vdash P \lor (P \to Q)$
i) $\vdash \sim P \lor (Q \to P)$
j) $\vdash (P \to Q) \lor (Q \to P)$

7) Utilizando as regras básicas ou derivadas, prove as seguintes equivalências:

a) $\vdash (P \land Q) \leftrightarrow \sim (\sim P \lor \sim Q)$
b) $\vdash (P \lor Q) \leftrightarrow \sim(\sim P \land \sim Q)$
c) $\vdash (P \land Q) \leftrightarrow \sim(P \to \sim Q)$
d) $\vdash (P \lor Q) \leftrightarrow \sim P \to Q$
e) $\vdash P \leftrightarrow ((P \land Q) \lor (P \land \sim Q))$
f) $\vdash \sim (P \to Q) \leftrightarrow (P \land \sim Q)$
g) $\vdash (P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow ((P \land Q) \lor (\sim P \land \sim Q))$
h) $\vdash \sim (P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow ((\sim P \land Q) \lor (P \land \sim Q))$

i) $\vdash (P \wedge \sim P) \leftrightarrow (Q \wedge \sim Q)$

j) $\vdash (P \vee \sim P) \leftrightarrow (Q \vee \sim Q)$